Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Ярова Оксана Анатоліївна

УДК 519.21

АСИМПТОТИЧНИЙ АНАЛІЗ ТА ПЕРЕХІДНІ ЯВИЩА В МАРКОВСЬКИХ ВИПАДКОВИХ ЕВОЛЮЦІЯХ

01.01.05 – теорія ймовірностей і математична статистика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Київ - 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі теоретичної та прикладної статистики Львівського національного університету імені Івана Франка МОН України

Науковий керівник:	доктор фізико-математичних наук, професор **ЄЛЕЙКО Ярослав Іванович,** Львівський національний університет імені Івана Франка, завідувач кафедри теоретичної та прикладної статистики;
Офіційні опоненти:	доктор фізико-математичних наук, професор **БРАТІЙЧУК Микола Сергійович,** Інститут математики Шльонського технічного університету, професор; доктор фізико-математичних наук, доцент **САМОЙЛЕНКО Ігор Валерійович,** Київський національний університет імені Тараса Шевченка, доцент кафедри дослідження операцій.

Захист відбудеться «30» вересня 2019 р. о 16^{00} годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 26.002.31 Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» за адресою: 03056, м. Київ-56, просп. Перемоги 37, корпус 7, ауд. 423

З дисертацією можна ознайомитись у науково-технічній бібліотеці імені Г. І. Денисенка Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» за адресою: 03056, м. Київ-56, просп. Перемоги 37.

Автореферат розісланий «__» серпня 2019 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради М. К. Ільєнко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Випадкові еволюції почали розвиватися в кінці 60-х років XX століття. Термін випадкової еволюції вперше було введено в статті Р. Грієго та Р. Херша. Згодом, у 60-70-х роках прикладні задачі з використанням випадкових еволюцій досліджуються американськими математиками Р. Хершем, М. Пінським, Г. Папаніколау, Т. Куртцем, Р. Грієго, Л. Горостізею. Слід виділити здобутки Г. Папаніколау, який запропонував мартингальний підхід для доведення граничних теорем. У своїй праці Г. Папаніколау використовував методи, схожі до методів розв’язання проблеми сингулярного збурення.

Важливим кроком у розвитку випадкових еволюцій були роботи В.С. Королюка та А.Ф. Турбіна. У цих працях для доведення граничних теорем було розроблено теорію фазового укрупнення. Після цього А.Ф. Турбін та О.С. Хохель довели граничні теореми про регулярні наближення до розв’язків сингулярно збурених диференціальних рівнянь для різних стохастичних моделей та динамічних систем з коефіцієнтами, які залежать від марковських процесів.

Задачі пов’язані з стохастичними апроксимаціями випадкових еволюцій досліджувались у працях Я.М. Чабанюка. Окрім цього, В.С. Королюк та А.В. Свищук розвинули теорію напівмарковських випадкових еволюцій, в основі якої була теорія мартингалів.

У дисертації розглядаються генератори марковських процесів та марковські випадкові еволюції в схемах пуассонової апроксимації та апроксимації Леві з нелінійним нормуванням, досліджуються розв’язки проблеми великих відхилень в схемах нелінійних апроксимацій та визначається зв’язок між нелінійними функціями нормування.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась на кафедрі теоретичної та прикладної статистики механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка в рамках науково-дослідної теми МС-160Пк «Стохастичні моделі банкрутства фінансових установ. Методи моделювання та управління фінансовими потоками» (№0113U003063).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є знаходження нелінійних нормуючих функцій для генераторів марковських процесів та марковських випадкових еволюцій. Визначаються умови нелінійної апроксимації Пуассона та Леві та досліджується асимптотичне зображення генераторів марковських процесів. В проблемі великих відхилень досліджуються дві нелінійні нормуючі функції та знаходяться необхідні та достатні умови існування розв’язку за умови нелінійного нормування.

Об’єктом дослідження є марковські процеси та марковські випадкові еволюції.

Предметом дослідження є аналіз марковських процесів та марковських випадкових еволюцій в умовах нелінійного нормування в схемах апроксимацій Пуассона та Леві.

Методи дослідження. Теорія випадкових процесів. Проблема великих відхилень. Проблема сингулярного збурення операторів. Теорія нелінійних напівгруп та операторів. Мартингальна характеризація та теорія семі мартингалів.

Наукова новизна одержаних результатів. Усі результати, отримані в дисертації, є новими. Основні з них наступні:

- знайдено нелінійні нормуючі функції в представленні генераторів марковських процесів в схемі пуассонової апроксимації та апроксимації Леві;
- показано існування нелінійних нормуючих функцій;
- знайдено розв’язок проблеми великих відхилень в умовах нелінійних апроксимацій та показано зв’язок між нелінійними нормуючими функціями;
- знайдено нелінійні нормуючі функції для марковських випадкових еволюцій;
- досліджено імпульсні рекурентні процеси з нелінійним нормуванням в схемі апроксимації Леві.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в дисертаційній роботі результати мають теоретичне значення для вивчення теорії випадкових процесів. Проте, дані результати можуть бути використані у застосуваннях до теорії масового обслуговування, теорії надійності, фінансової математики та природничих наук.

Особистий внесок здобувача. Дисертаційна робота є самостійно виконаним науковим дослідженням. Наукові результати та висновки належать особисто автору, постановка задачі належить доктору фізико-математичних наук, професору Ярославу Івановичу Єлейку. Особистий внесок у спільно опублікованих працях конкретизовано в переліку наукових праць.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційного дослідження доповідались та обговорювались на наукових конференціях та наукових семінарах, а саме:

- Теоретичні та прикладні аспекти аналізу фінансових систем: XIV Міжнародна науково-практична конференції аспірантів та студентів (Львів, 2014);
- International Conference “Probability, Reliability and Stochastic Optimization” (Kyiv, 2015);
- Scientific Seminar in Europa – Universitat Viadrina Frankfurt Oder (Germany, 2016);
- Scientific Seminar in Technische Universitat Dresden (Germany, 2016);
- XXIX International Conference “Problems of decision and making under uncertainties” (Mukachevo, 2017);
- Засідання наукового семінару кафедри теоретичної та прикладної статистики механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка (Львів, 2018);

- Засідання наукового семінару кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Київ, 2018);
- International Conference Modern Stochastics: Theory and applications. IV (Kyiv, 2018);
- Засідання наукового семінару кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей Київського політехнічного інституту імені Ігоря Сікорського (Київ, 2018).

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 12 наукових праць, у тому числі 6 статей у наукових фахових виданнях, 3 з яких без співавторів (з них 2 статті, англомовні версії яких входять до наукометричної бази Scopus, 1 стаття в іноземному журналі, що входить до наукометричної бази Scopus, 1 стаття в іноземному журналі та 2 у фахових журналах України), 6 тез доповідей в збірниках матеріалів конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається з анотації, вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел, який містить 63 найменування та додатку. Повний обсяг роботи 123 сторінки, в тому числі 107 сторінок основного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми, встановлено мету, об'єкт, предмет та методи дослідження, наведено наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, особистий внесок здобувача та короткий зміст роботи.

Перший розділ містить огляд літератури за темою дисертації. Наведено стислий опис праць, у яких досліджувались проблеми схожі з розглянутими у дисертаційній роботі.

У **другому розділі** досліджуються генератори марковських процесів з нелінійним нормуванням в схемі пуассонової апроксимації та апроксимації Леві.

У пунктах 2.1-2.7 **другого розділу** наведені основні означення, твердження та теореми.

У підрозділі 2.8 **другого розділу** розглядається сім'я процесів з незалежними приростами $\eta_1^\varepsilon(\cdot)$ і траєкторіями в області визначення $D_R[0;\infty)$, які нормуються нелінійною функцією $g_1(\varepsilon)$ при $\varepsilon \to 0$

$$\eta_1^\varepsilon(t) = \eta\left(\frac{t}{g_1(\varepsilon)}\right), \ \ t \geq 0,$$

де $\eta(t)$ – процес з незалежними приростами, що визначається генератором

$$\Gamma_1^\varepsilon \varphi(u) = (g_1(\varepsilon))^{-1} \int_R [\varphi(u+v) - \varphi(u)] \Gamma^\varepsilon(dv).$$

В схемі пуассонової апроксимації виконуються наступні умови:

(P1) Апроксимація середніх

$$b_\varepsilon = \int_R v\Gamma^\varepsilon(dv) = g_1(\varepsilon)(b+\Theta_b^\varepsilon)$$

та

$$c_\varepsilon = \int_R v^2\Gamma^\varepsilon(dv) = g_1(\varepsilon)(c+\Theta_c^\varepsilon),$$

де

$|b|<\infty,\ 0<c<\infty,\ \left|\Theta_b^\varepsilon\right| \to 0,\ \left|\Theta_c^\varepsilon\right| \to 0,\ g_1(\varepsilon)\to 0$, при $\varepsilon \to 0.$

(P2) Ядро інтенсивностей має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_q^\varepsilon = \int_R q(v)\Gamma^\varepsilon(dv) = g_1(\varepsilon)(\Gamma_q + \Theta_g^\varepsilon),$$

де Γ_q визначається наступним співвідношенням

$$\Gamma_q = \int_R q(v)\Gamma^0(dv),$$

для всіх обмежених $q \in C^3(R),$ таких, що $\dfrac{q(v)}{v^2} \to 0,$ коли $v \to 0.$

(P3) В граничному генераторі виконується наступна умова

$$\int_R v^2\Gamma^0(dv) > 0.$$

(P4) Має місце співвідношення

$$\lim_{c\to\infty} \int_{|v|>c} v^2\Gamma^0(dv) = 0.$$

Твердження 1. Генератор процесу з незалежними приростами

$$\Gamma_1^\varepsilon\varphi(u) = (g_1(\varepsilon))^{-1}\int_R [\varphi(u+v)-\varphi(u)]\Gamma^\varepsilon(dv)$$

в схемі апроксимації Пуассона має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_1^\varepsilon\varphi(u) = b\varphi'(u) + \int_R [\varphi(u+v)-\varphi(u)-v\varphi'(u)]\Gamma^0(dv) + \Theta^\varepsilon\varphi,$$

$\left|\Theta^\varepsilon\right| \to 0,\ \ g_1(\varepsilon)\to 0,$ при $\varepsilon \to 0.$

У підрозділі 2.9 **другого розділу** розглядається сім'я процесів з незалежними приростами $\eta_2^\varepsilon(t)$, що нормується нелінійною функцією $g_2(\varepsilon),$ де $g_2(\varepsilon) = o(g_1(\varepsilon))$

$$\eta_2^\varepsilon(t) = \eta\left(\frac{t}{g_2(\varepsilon)}\right),\ \ t \ge 0,$$

де $\eta(t)$ – процес з незалежними приростами, що визначається генератором

$$\Gamma_2^\varepsilon\varphi(u) = (g_2(\varepsilon))^{-1}\int_R [\varphi(u+v)-\varphi(u)]\Gamma^\varepsilon(dv),$$

де $g_2(\varepsilon)\to 0$ при $g_1(\varepsilon)\to 0$,

$$\Gamma^\varepsilon(\{0\}) = 0.$$

Нехай виконуються умови апроксимації Леві:

(L1) Апроксимація середніх

$$b_\varepsilon = \int_R v\Gamma^\varepsilon(dv) = b_1 g_1(\varepsilon) + g_2(\varepsilon)(b+\Theta_b^\varepsilon)$$

та

$$c_\varepsilon = \int_R v^2 \Gamma^\varepsilon(dv) = g_2(\varepsilon)(c + \Theta_c^\varepsilon),$$

де

$$|b| < \infty, \ 0 < c < \infty, \left|\Theta_b^\varepsilon\right| \to 0, \ \left|\Theta_c^\varepsilon\right| \to 0.$$

(L2) Ядро інтенсивностей має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_q^\varepsilon = \int_R q(v)\Gamma^\varepsilon(dv) = g_2(\varepsilon)(\Gamma_q + \Theta_g^\varepsilon),$$

де Γ_q визначається наступним співвідношенням

$$\Gamma_q = \int_R q(v)\Gamma^0(dv),$$

для всіх обмежених $q \in C^3(R),$ таких, що $\dfrac{q(v)}{v^2} \to 0,$ коли $v \to 0.$

(L3) Має місце співвідношення

$$\lim_{c\to\infty} \int_{|v|>c} v^2 \Gamma^0(dv) = 0.$$

Твердження 2. Генератор процесу з незалежними приростами

$$\Gamma_2^\varepsilon \varphi(u) = (g_2(\varepsilon))^{-1} \int_R [\varphi(u+v) - \varphi(u)]\Gamma^\varepsilon(dv)$$

в схемі апроксимації Леві має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_2^\varepsilon \varphi(u) = (g_1(\varepsilon))^{-1} b_1 \varphi`(u) + (b - b_0)\varphi`(u) + \frac{c - c_0}{2}\varphi``(u) +$$
$$+ \int_R [\varphi(u+v) - \varphi(u) - v\varphi`(u)]\Gamma^0(dv) + \Theta^\varepsilon \varphi,$$

де

$$b_0 = \int_R v\Gamma^0(dv), \ \ c_0 = \int_R v^2\Gamma^0(dv), \ \ \left|\Theta^\varepsilon \varphi\right| \to 0, \ g_2(\varepsilon) \to 0, \ \ g_1(\varepsilon) \to 0, \ \ \varepsilon \to 0.$$

У підрозділах 2.10 та 2.11 **другого розділу** розглядається сім'я процесів з незалежними приростами в просторі R^d в схемах пуассонової апроксимації та апроксимації Леві. За результатами цих підрозділів, отримано наступні твердження.

Твердження 3. Генератор процесу з незалежними приростами

$$\Gamma_3^\varepsilon \varphi(u) = (g_1(\varepsilon))^{-1} \int_{R^d} [\varphi(u+v) - \varphi(u)]\Gamma^\varepsilon(dv)$$

в схемі апроксимації Пуассона має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_3^\varepsilon \varphi(u) = \sum_{k=1}^d \frac{\partial \varphi(u)}{\partial u_k} + \int_{R^d} [\varphi(u+v) - \varphi(u) - \sum_{k=1}^d v_k \frac{\partial \varphi(u)}{\partial u_k}]\Gamma^0(dv) + \Theta^\varepsilon \varphi,$$

$\left|\Theta^\varepsilon\right| \to 0, \ \ g_1(\varepsilon) \to 0,$ при $\varepsilon \to 0.$

Твердження 4. Генератор процесу з незалежними приростами

$$\Gamma_4^\varepsilon \varphi(u) = (g_2(\varepsilon))^{-1} \int_{R^d} [\varphi(u+v) - \varphi(u)]\Gamma^\varepsilon(dv)$$

в схемі апроксимації Леві має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_4^\varepsilon \varphi(u) = (g_1(\varepsilon))^{-1} \sum_{k=1}^d b_k^1 \frac{\partial \varphi(u)}{\partial u_k} + \sum_{k=1}^d (b_k - b_k^0)\frac{\partial \varphi(u)}{\partial u_k} + \frac{1}{2}\sum_{k,r=1}^d (c_k - c_k^0)\frac{\partial^2 \varphi(u)}{\partial u_k \partial u_r} +$$

$$+\int_{R^d}[\varphi(u+v)-\varphi(u)-\sum_{k=1}^{d}v_k\frac{\partial\varphi(u)}{\partial u_k}]\Gamma^0(dv)+\Theta^\varepsilon\varphi,$$

де

$$b_0=\int_{R^d}v\Gamma^0(dv),\ c_0=\int_{R^d}vv^T\Gamma^0(dv),\ \left|\Theta^\varepsilon\varphi\right|\to 0,\ g_2(\varepsilon)\to 0,\ \ g_1(\varepsilon)\to 0,\ \varepsilon\to 0.$$

У підрозділі 2.12 **другого розділу** показано існування граничного генератора в схемі пуассонової апроксимації.

У підрозділах 3.1-3.4 **третього розділу** розглядається проблема великих відхилень, її мартингальна характеризація та напівгрупа Нісіо.

Постановка задачі: розглянемо послідовність випадкових величин $\{X_n\}$ в метричному просторі E. Тоді $\{X_n\}$ задовільняє принцип великих відхилень, якщо існує неперервна знизу функція $I:E\to[0,\infty)$ така, що для кожної відкритої множини A

$$\lim_{n\to\infty}\inf\frac{1}{n}\ln P\{X_n\in A\}\geq-\inf_{x\in A}I(x),$$

а для кожної замкненої множини B

$$\lim_{n\to\infty}\sup\frac{1}{n}\ln P\{X_n\in B\}\leq-\inf_{x\in B}I(x).$$

Функціонал I називають функціоналом дії.

Розв'язок проблеми великих відхилень знаходиться через нелінійний експоненційний генератор напівгрупи

$$H_t^\varepsilon\varphi(u)=\varepsilon\ln Ee^{\frac{\varphi(x^\varepsilon(t))}{\varepsilon}}.$$

У підрозділі 3.5 **третього розділу** знайдено розв'язок проблеми великих відхилень в умовах пуассонової апроксимації.

Розглядається сім'я процесів з незалежними приростами $\eta_1^\varepsilon(\cdot)$ і траєкторіями в області визначення $D_R[0;\infty)$:

$$\eta_5^\varepsilon(t)=g_1(\varepsilon)\eta\left(\frac{t}{g_2(\varepsilon)}\right),\ t\geq 0.$$

В даному нормуванні $g_1(\varepsilon),g_2(\varepsilon)\to 0$ при $\varepsilon\to 0.$

Дані процеси визначаються за допомогою генератора

$$\Gamma_5^\varepsilon\varphi(u)=(g_2(\varepsilon))^{-1}\int_R[\varphi(u+g_1(\varepsilon)v)-\varphi(u)]\Gamma^\varepsilon(dv).$$

Розглянемо проблему великих відхилень в схемі апроксимації Пуассона, що задовольняє наступні умови:

(P1) Апроксимація середніх

$$b_\varepsilon=\int_R v\Gamma^\varepsilon(dv)=f_1(\varepsilon)(b+\Theta_b^\varepsilon)$$

та

$$c_\varepsilon=\int_R v^2\Gamma^\varepsilon(dv)=f_1(\varepsilon)(c+\Theta_c^\varepsilon)$$

де

$$|b|<\infty,\ 0<c<\infty,\ \left|\Theta_b^\varepsilon\right|\to 0,\ \left|\Theta_c^\varepsilon\right|\to 0,\ \ f_1(\varepsilon)\to 0,\text{ при }\varepsilon\to 0.$$

(Р2) Ядро інтенсивностей має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_q^{\varepsilon}=\int_R q(v)\Gamma^{\varepsilon}(dv)=f_1(\varepsilon)(\Gamma_q+\Theta_g^{\varepsilon}),$$

де Γ_q визначається наступним співвідношенням

$$\Gamma_q=\int_R q(v)\Gamma^0(dv)$$

для всіх обмежених $q\in C^3(R),$ таких, що $\frac{q(v)}{v^2}\to 0,$ коли $v\to 0.$

(Р3) В граничному генераторі виконується наступна умова

$$\int_R v^2\Gamma^0(dv)>0.$$

(Р4) Має місце співвідношення

$$\lim_{c\to\infty}\int_{|v|>c} v^2\Gamma^0(dv)=0.$$

(Р5) Експоненційна обмеженість

$$\int_R e^{p|v|}\Gamma_q(dv)<\infty.$$

Розв'язок проблеми великих відхилень в схемі апроксимації Пуассона визначається нелінійним експоненційним генератором

$$\mathrm{H}_{\Gamma}^{\varepsilon}\varphi(u)=e^{-\frac{\varphi(u)}{g_1(\varepsilon)}}g_1(\varepsilon)\Gamma^{\varepsilon}e^{\frac{\varphi(u)}{g_1(\varepsilon)}}.$$

Теорема 1. Розв'язок проблеми великих відхилень для процесу

$$\eta_5^{\varepsilon}(t)=g_1(\varepsilon)\eta\left(\frac{t}{g_2(\varepsilon)}\right),$$

$$\Gamma_5^{\varepsilon}\varphi(u)=(g_2(\varepsilon))^{-1}\int_R[\varphi(u+g_1(\varepsilon)v)-\varphi(u)]\Gamma^{\varepsilon}(dv)$$

визначається граничним генератором H_{Γ}

$$\mathrm{H}_{\Gamma}\varphi(u)=b\varphi'(u)+\int_R(e^{v\varphi'(u)}-1-v\varphi'(u))\Gamma^0(dv)$$

тоді і тільки тоді, якщо виконується умова

$$(g_2(\varepsilon))^{-1}g_1(\varepsilon)f_1(\varepsilon)\to 1,\varepsilon\to 0.$$

У підрозділі 3.6 **третього розділу** знайдено розв'язок проблеми великих відхилень в умовах апроксимації Леві.

Розглядається сім'я процесів з незалежними приростами $\eta_1^{\varepsilon}(\cdot)$ і траєкторіями в області визначення $D_R[0;\infty)$:

$$\eta_6^{\varepsilon}(t)=g_1(\varepsilon)\eta\left(\frac{t}{g_3(\varepsilon)}\right),\ t\ge 0.$$

В даному нормуванні $g_1(\varepsilon),g_3(\varepsilon)\to 0$ при $\varepsilon\to 0.$

Дані процеси визначаються за допомогою генератора

$$\Gamma_6^{\varepsilon}\varphi(u)=(g_3(\varepsilon))^{-1}\int_R[\varphi(u+g_1(\varepsilon)v)-\varphi(u)]\Gamma^{\varepsilon}(dv).$$

В схемі апроксимації Леві виконуються наступні умови

(L1) Апроксимація середніх

$$b_\varepsilon = \int_R v\Gamma^\varepsilon(dv) = f_1(\varepsilon)b_1 + f_2(\varepsilon)(b+\Theta_b^\varepsilon)$$

та

$$c_\varepsilon = \int_R v^2\Gamma^\varepsilon(dv) = f_2(\varepsilon)(c+\Theta_c^\varepsilon),$$

де

$$b<\infty,\ c<\infty,\ \left|\Theta_b^\varepsilon\right| \to 0,\ \left|\Theta_c^\varepsilon\right| \to 0,\ f_1(\varepsilon), f_2(\varepsilon)\to 0 \text{, при } \varepsilon\to 0.$$

В даному нормуванні $f_2(\varepsilon)=o(f_1(\varepsilon))$.

(L2) Ядро інтенсивностей має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_q^\varepsilon = \int_R q(v)\Gamma^\varepsilon(dv) = f_2(\varepsilon)(\Gamma_q + \Theta_g^\varepsilon),$$

де Γ_q визначається наступним співвідношенням

$$\Gamma_q = \int_R q(v)\Gamma^0(dv),$$

для всіх обмежених $q\in C^3(R)$, таких, що $\dfrac{q(v)}{v^2}\to 0$, коли $v\to 0$.

(L3) Має місце співвідношення

$$\lim_{c\to\infty}\int_{|v|>c} v^2\Gamma^0(dv)=0.$$

(L4) Експоненційна обмеженість

$$\int_R e^{p|v|}\Gamma_q(dv)<\infty.$$

Теорема 2. Розв'язок проблеми великих відхилень для процесу

$$\eta_6^\varepsilon(t) = g_1(\varepsilon)\eta\left(\frac{t}{g_3(\varepsilon)}\right),$$

$$\Gamma^\varepsilon\varphi(u) = (g_3(\varepsilon))^{-1}\int_R[\varphi(u+g_1(\varepsilon)v)-\varphi(u)]\Gamma^\varepsilon(dv)$$

визначається граничним генератором H_Γ

$$H_\Gamma\varphi(u) = (b-b_0)\varphi'(u) + \frac{1}{2}(c-c_0)(\varphi'(u))^2 + \int_R (e^{v\varphi'(u)}-1)\Gamma^0(dv)$$

тоді і тільки тоді, якщо виконується умова

$$(g_3(\varepsilon))^{-1}g_1(\varepsilon)f_2(\varepsilon)\to 1, \varepsilon\to 0.$$

У підрозділі 4.1 **четвертого розділу** розглядається проблема великих відхилень для марковських еволюцій в схемі пуассонової апроксимації.

Розглянемо випадкову еволюцію

$$\xi(t) = \xi_0 + \int_0^t \eta(ds; x(s)).$$

Далі, розглянемо сімейство нормованих марковських процесів з незалежними приростами $\eta^\varepsilon(t;x)$ та марковську випадкову еволюцію ξ_ε^δ. В схемі Пуассонової апроксимації є дві нормуючі функції: функція $g_1(\varepsilon)$, $\varepsilon\to 0$, нормує час та величину стрибків, а функція $f_1(\varepsilon), \varepsilon\to 0$, нормує інтенсивність стрибків.

$$\xi^{\varepsilon}(t) = \xi^{\varepsilon}(0) + \int_0^t \eta^{\varepsilon}\left(ds; x\left(\frac{s}{(g_1(\varepsilon))^2}\right)\right), t \geq 0,$$

$$\eta^{\varepsilon}(t) = g_1(\varepsilon)\eta^{f(\varepsilon)}\left(\frac{t}{(g_1(\varepsilon))^2}\right), t \geq 0.$$

Дані процеси визначаються генератором

$$\Gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(u) = (g_2(\varepsilon))^{-1}\int_R [\varphi(u + g_1(\varepsilon)v) - \varphi(u)]\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv; x), x \in E,$$

де $\varphi(u)$ - двічі диференційована функція в R, що прямує до 0 на нескінченності та з sup-нормою, $\varphi(u) \in C_0^2(R)$.

Ядро інтенсивності належить до класу $C^3(R)$. Дане ядро задовольняє умову

$$\Gamma^{\varepsilon}(0) = 0.$$

Нормуюча функція $g_2(\varepsilon) = o(g_1(\varepsilon)),\ g_1(\varepsilon) \to 0$ при $\varepsilon \to 0$.
В даному нормуванні $(g_1(\varepsilon))^{-1} \cdot f_1(\varepsilon) \to 1,$ при $g_1(\varepsilon) \to 0,\ f_1(\varepsilon) \to 0,\ \varepsilon \to 0.$

Розглянемо проблему великих відхилень в схемі пуассонової апроксимації з наступними умовами

(P1) Апроксимація середніх

$$b_{\varepsilon}(x) = \int_R v\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv; x) = f_1(\varepsilon)(b(x) + \Theta_b^{\varepsilon}(x))$$

та

$$c_{\varepsilon}(x) = \int_R v^2\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv; x) = f_1(\varepsilon)(c(x) + \Theta_c^{\varepsilon}(x)),$$

де

$$\sup_{x\in E} |b(x)| \leq b < \infty, \sup_{x\in E} |c(x)| \leq c < \infty,$$

$$\left|\Theta_b^{\varepsilon}(x)\right| \to 0,\ \left|\Theta_c^{\varepsilon}(x)\right| \to 0,\ \ f_1(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0.$$

(P2) Ядро інтенсивностей має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_q^{f(\varepsilon)}(x) = \int_R q(v)\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv; x) = f_1(\varepsilon)(\Gamma_q(x) + \Theta_q^{\varepsilon}(x))$$

для всіх обмежених $q \in C^3(R),$ таких, що $\dfrac{q(v)}{v^2} \to 0,$ коли $v \to 0.$

Ядро $\Gamma_q^{f(\varepsilon)}(x)$ є обмеженим

$$|\Gamma_q(x)| \leq \Gamma_q, \Gamma_q = \text{constant}.$$

Ядро $\Gamma_q(x)$ визначається таким співвідношенням

$$\Gamma_q(x) = \int_R q(v)\Gamma^0(dv; x).$$

(P3) В граничному генераторі виконується наступна умова

$$\int_R v^2\Gamma^0(dv; x) > 0.$$

(P4) Має місце співвідношення

$$\lim_{c\to\infty} \sup_{x\in E} \int_{|v|>c} v^2\Gamma^0(dv; x) = 0,$$

що визначає рівномірну квадратичну інтегрованість.

(P5) Експоненційна обмеженість
$$\int_R e^{p|v|}\Gamma_q(dv;x)<\infty.$$

Теорема 3. Нехай виконуються умови **P1-P5** та при $\varepsilon\to 0$
$$(g_1(\varepsilon))^{-1}\cdot f_1(\varepsilon)\to 1.$$
Тоді має місце слабка збіжність
$$\xi^{\varepsilon}(t)\Rightarrow\xi(t)$$
Процес $\xi^{\varepsilon}(t)$ визначається генератором
$$L^{\varepsilon}\varphi(u,x)=(g_2(\varepsilon))^{-1}Q\varphi(\cdot,x)+\Gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(u,\cdot),$$
де
$$\Gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(u)=(g_2(\varepsilon))^{-1}\int_R[\varphi(u+g_1(\varepsilon)v)-\varphi(u)]\Gamma^{\varepsilon}(dv;x),x\in E,$$
Граничний процес $\xi(t)$ визначається експоненційним генератором
$$\mathrm{H}^0\varphi(u)=\hat{b}\varphi'(u)+\int_R[e^{v\varphi'(u)}-1-v\varphi'(u)]\widehat{\Gamma}^0(dv)$$
$$\hat{b}=\Pi b(x)=\int_E\pi(dx)b(x),\ \widehat{\Gamma}^0(v)=\Pi\Gamma^0(v;x)=\int_E\pi(dx)\Gamma^0(v;x).$$

У підрозділі 4.2 **четвертого розділу** розглядається інше нормування для випадкових марковських еволюцій в проблемі великих відхилень
$$\xi^{\varepsilon}(t)=\xi^{\varepsilon}(0)+\int_0^t\eta^{\varepsilon}\left(ds;x\left(\frac{s}{(g_1(\varepsilon))^3}\right)\right),t\geq 0,$$
$$\eta^{\varepsilon}=g_1(\varepsilon)\eta^{f(\varepsilon)}\left(\frac{t}{(g_1(\varepsilon))^3}\right),t\geq 0.$$

Дані процеси визначаються генератором
$$\Gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(u)=(g_3(\varepsilon))^{-1}\int_R[\varphi(u+g_1(\varepsilon)v)-\varphi(u)]\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv;x),x\in E,$$
де $\varphi(u)$- двічі диференційована функція в R, що прямує до 0 на нескінченності та з sup-нормою, $\varphi(u)\in C_0^2(R)$.

Ядро інтенсивності належить до класу $C^3(R)$. Дане ядро задовольняє умову
$$\Gamma^{\varepsilon}(0)=0.$$

Нормуюча функція $g_2(\varepsilon)=o(g_1(\varepsilon)),\ g_1(\varepsilon)\to 0$ при $\varepsilon\to 0$.
В даному нормуванні $(g_2(\varepsilon))^{-1}\cdot f_2(\varepsilon)\to 1,$ при $g_1(\varepsilon),g_2(\varepsilon)\to 0, f_1(\varepsilon), f_2(\varepsilon)\to 0,$ $\varepsilon\to 0$.

Розглянемо умови апроксимації Леві в проблемі великих відхилень

(L1) Апроксимація середніх
$$b_{\varepsilon}(x)=\int_R v\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv;x)=f_1(\varepsilon)b_1(x)+f_2(\varepsilon)(b(x)+\Theta_b^{\varepsilon}(x))$$
та
$$c_{\varepsilon}(x)=\int_R v^2\Gamma^{\varepsilon}(dv;x)=f_2(\varepsilon)(c(x)+\Theta_c^{\varepsilon}(x)),$$
де
$$\sup_{x\in E}|b(x)|\leq b<\infty,\ \sup_{x\in E}|c(x)|\leq c<\infty,$$

$$\left|\Theta_b^{\varepsilon}(x)\right| \to 0, \quad \left|\Theta_c^{\varepsilon}(x)\right| \to 0, \quad f_1(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0.$$

(L2) Ядро інтенсивностей має наступне асимптотичне зображення

$$\Gamma_q^{f(\varepsilon)}(x) = \int_R q(v)\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv;x) = f_1(\varepsilon)(\Gamma_q(x) + \Theta_q^{\delta}(x))$$

для всіх обмежених $q \in C^3(R)$, таких, що $\dfrac{q(v)}{v^2} \to 0,$ коли $v \to 0.$

Ядро $\Gamma_q^{f(\varepsilon)}(x)$ є обмеженим

$$|\Gamma_q(x)| \le \Gamma_q, \Gamma_q = \text{constant}.$$

Ядро $\Gamma_q(x)$ визначається таким співвідношенням

$$\Gamma_q(x) = \int_R q(v)\Gamma^0(dv;x).$$

Ядро $\Gamma^0(dv;x)$ належить класу $C^3(R).$

(L3) Умова балансу

$$\int_E \pi(dx)b_1(x) = 0.$$

(L4) Має місце співвідношення

$$\lim_{c\to\infty} \sup_{x\in E} \int_{|v|>c} v^2\Gamma^0(dv;x) = 0, \quad c \to \infty,$$

що визначає рівномірну квадратичну інтегрованість.

(L5) Експоненційна обмеженість

$$\int_R e^{p|v|}\Gamma_q(dv;x) < \infty.$$

Теорема 4. Нехай виконуються умови **L1-L5**, тоді має місце слабка збіжність

$$\xi^{\varepsilon}(t) \Rightarrow \xi(t) \text{ при } \varepsilon \to 0, \delta \to 0.$$

Процес $\xi^{\varepsilon}(t)$ визначається генератором

$$L^{\varepsilon}\varphi(u,x) = (g_3(\varepsilon))^{-1}Q\varphi(\cdot,x) + \Gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(u,\cdot),$$

де

$$\Gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(u) = (g_3(\varepsilon))^{-1}\int_R [\varphi(u + g_1(\varepsilon)v) - \varphi(u)]\Gamma^{f(\varepsilon)}(dv;x), x \in E,$$

граничний процес визначається експоненційним генератором

$$\mathrm{H}^0\varphi(u) = (\hat{b} - b_0)\varphi'(u) + \frac{1}{2}\sigma^2(\varphi'(u))^2 + \int_R [e^{v\varphi'(u)} - 1]\widehat{\Gamma}^0(dv)$$

$$\hat{b} = \Pi b(x) = \int_E \pi(dx)b(x), \quad b_0 = \Pi b_0(x) = \int_E \pi(dx)b_0(x),$$

$$b_0(x) = \int_R v\Gamma^0(dv;x), \quad \sigma^2 = (\hat{c} - c_0) + 2\Pi b_1(x)R_0 b_1(x)\Pi,$$

$$\hat{c} = \Pi c(x) = \int_E \pi(dx)c(x), \quad c_0 = \Pi c_0(x) = \int_E \pi(dx)c_0(x),$$

$$c_0(x) = \int_R v^2\Gamma^0(dv;x), \quad \hat{\Gamma}^0(v) = \Pi\Gamma^0(v;x) = \int_E \pi(dx)\Gamma^0(v;x).$$

У підрозділі 4.3 **четвертого розділу** описуються випадкові еволюції.

Випадкова еволюція з локально незалежними приростами визначається співвідношенням

$$\xi(t) = \xi_0 + \int_0^t \eta(ds; x(s)),\ t \geq 0,$$

де $\eta(t;x)$- неперервний справа марковський процес є процесом з локально незалежними приростами та визначається генератором

$$\Gamma(x)\varphi(u) = b(u;x)\varphi'(u) + \int_R (\varphi(u+v) - \varphi(u) - v\varphi'(u))\Gamma(u,dv;x).$$

У підрозділі 4.4 **четвертого розділу** розглядається випадкова еволюція в схемі апроксимації Леві із нормуючим множником $g_2(\varepsilon)$

$$\xi^\varepsilon(t) = \xi_0^\varepsilon + \int_0^t \eta_\varepsilon(ds; x(\frac{s}{g_2(\varepsilon)})),$$

де $x(t), t \geq 0$є рівномірно ергодичним марковським процесом зі стаціонарним розподілом $\pi(A)$, $g_2(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0,$ яка задовільняє наступні умови:

EL1. Апроксимація середніх:

$$b_\varepsilon(u;x) = \int_R v\Gamma^\varepsilon(u,dv;x) = g_1(\varepsilon)b_1(u;x) + g_2(\varepsilon)(b(u;x) + \theta_b^\varepsilon(u;x)),$$

та

$$c_\varepsilon(u;x) = \int_R vv^*\Gamma^\varepsilon(u,dv;x) = g_2(\varepsilon)(c(u;x) + \theta_c^\varepsilon(u;x)),$$

де v^* - транспонований вектор до вектора v, $g_2(\varepsilon) = o(g_1(\varepsilon)),$ $g_1(\varepsilon), g_2(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0.$

Знехтувальні доданки $\theta_b^\varepsilon(u;x), \theta_c^\varepsilon(u;x)$ задовільняють умову

$$\sup_{x\in E}\left|\theta^\varepsilon(u;x)\right| \to 0,\ g_2(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0.$$

EL2. Ядро інтенсивностей має вигляд

$$\Gamma_q^\varepsilon(u;x) = \int_R q(v)\Gamma^\varepsilon(u,dv;x) = g_2(\varepsilon)(\Gamma_q(u;x) + \theta_q^\varepsilon(u;x)),$$

для всіх обмежених $q \in C^3(R),$ таких, що $\frac{q(v)}{v^2} \to 0,$ коли $v \to 0.$

Ядро $\Gamma_q(u;x)$ обмежене для всіх $q \in C_3(R),$ так що, $|\ \Gamma_q(u;x)\ | \leq \Gamma_q = const$.

Ядро $\Gamma_q(u;x)$ визначається співвідношенням

$$\Gamma_q(u;x) = \int_R q(v)\Gamma(u,dv;x).$$

EL3. Умова балансу:

$$\int_E \pi(dx)b_1(u;x) = 0.$$

EL4. Умови на початкові значення:

$$\sup_{\varepsilon>0} E\left|\xi_0^\varepsilon\right| \leq C < \infty,$$

$$\left|\xi_0^\varepsilon\right| \to \xi_0,\ g_2(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0.$$

EL5. Рівномірна квадратична інтегровність:

$$\lim_{c\to\infty}\sup_{x\in E}\int_{v>c} vv^*\Gamma(u,dv;x) = 0.$$

EL6. Умова зростання:

Існує додатна константа L, така що

$$|b(u;x)| \le L(1+|u|),\ \ |c(u;x)| \le L(1+|u|^2)$$

для всіх дійснозначних невід'ємних функцій $f(v),\ v \in R,$ таких що,

$$\int_{R\setminus\{0\}}(1+f(v))|v|^2 dv < \infty$$

$$|\Lambda(u,v,x)| \le Lf(v)(1+|u|),$$

де $\Lambda(u,v,x)$ - похідна Радона-Нікодима ядра $\Gamma(u.,B;x)$ по відношенню до міри Лебега dv в R, тобто

$$\Gamma(u,dv;x) = \Lambda(u,v;x)dv.$$

EL7. $\sup\limits_{x\in E}\int_0^\infty e^{ht}F_x(dt) \le H < +\infty,\ \ h > 0.$

EL8. Для довільного $r > 0$ існує константа $l_r,$ така що,

$$\left|\hat{b}(u)-\hat{b}(u')\right| + \left|\sigma^2(u)-\sigma^2(u')\right| + \left|\hat{\Gamma}(u,v)-\hat{\Gamma}(u',v)\right| \le l_r|u-u'|,$$

якщо $|u| \le R,\ \ v \le R.$

Теорема 5. За умов **EL1-EL7** має місце слабка збіжність

$$\xi^\varepsilon(t) \Rightarrow \xi^0(t),\ \ g_2(\varepsilon) \to 0,\ \ \varepsilon \to 0.$$

Граничний процес $\xi^0(t)$ за умови **EL8** визначається генератором

$$\hat{\Gamma}\varphi(u) = \hat{b}(u)\varphi'(u) + \int_R(\varphi(u+v)-\varphi(u)-v\varphi'(u))\hat{\Gamma}(u,dv),$$

$$\text{де}\ \hat{b}(u) = \int_E \pi(dx)b(u;x),\ \ \Gamma(u) = \int_E \pi(dx)\Gamma(u,dv;x).$$

У підрозділах 4.5, 4.6 **четвертого розділу** розглядається імпульсний рекурентний процес в умовах апроксимації Леві з нелінійним нормуванням

$$\tilde{\xi}^\varepsilon(t) = \tilde{\xi}_0^\varepsilon + \sum_{k=1}^{\nu\left(\frac{t}{g_2(\varepsilon)}\right)}\alpha_k^\varepsilon(x_{k-1}^\varepsilon),\ t \ge 0,$$

де $x^\varepsilon(t) = x\left(\dfrac{t}{g_2(\varepsilon)}\right)$ - перемикаючий марковський процес, якому відповідає вкладений марковський процес відновлення $(x_k^\varepsilon, \tau_k^\varepsilon),\ k \ge 0,$ та рахуючий процес стрибків $\nu^\varepsilon(t) = \nu\left(\dfrac{t}{g_2(\varepsilon)}\right).$

Таким чином τ_k^ε - моменти стрибків даного процесу, а

$$x_k^\varepsilon = x^\varepsilon(\tau_k^\varepsilon)$$

$$\nu^\varepsilon(t) = \max\{k \ge 0 : \tau_k^\varepsilon \le t\}.$$

Розглянемо умови апроксимації Леві

L1. Апроксимація середніх:

$$b_\varepsilon(u;x) = \int_{R^d} v\Gamma^\varepsilon(u,dv;x) = g_1(\varepsilon)b_1(u;x) + g_2(\varepsilon)(b(u;x)+\theta_b^\varepsilon(u;x)),$$

та

$$c_\varepsilon(u;x) = \int_{R^d} vv^*\Gamma^\varepsilon(u,dv;x) = g_2(\varepsilon)(c(u;x)+\theta_c^\varepsilon(u;x)),$$

де v^* - транспонований вектор до вектора v, $g_2(\varepsilon)=o(g_1(\varepsilon))$, $g_1(\varepsilon), g_2(\varepsilon)\to 0, \varepsilon\to 0.$

Знехтувальні доданки $\theta_b^\varepsilon(u;x),\ \theta_c^\varepsilon(u;x)$ задовільняють умову

$$\sup_{\substack{x\in E\\ u\in R}}\left|\theta^\varepsilon(u;x)\right|\to 0,\ g_2(\varepsilon)\to 0,\varepsilon\to 0.$$

L2. Ядро інтенсивностей має вигляд

$$\Gamma_q^\varepsilon(u;x)=\int_{R^d} q(v)\Gamma^\varepsilon(u,dv;x)=g_2(\varepsilon)(\Gamma_q(u;x)+\theta_q^\varepsilon(u;x))$$

для всіх обмежених $q\in C^3(R)$, таких, що $\dfrac{q(v)}{v^2}\to 0$, коли $v\to 0.$

Ядро $\Gamma_q(u;x)$ обмежене для всіх $q\in C_3(R), u\in R, x\in E$ так що,

$$|\ \Gamma_q(u;x)\ |\le K<\infty.$$

Ядро $\Gamma_q(u;x)$ визначається співвідношенням

$$\Gamma_q(u;x)=\int_{R^d} q(v)\Gamma(u,dv;x).$$

L3. Умова балансу:

$$\int_E \rho(dx)b_1(u;x)=0,$$

де $\rho(dx)$ задовольняє умову ергодичності зі стаціонарним розподілом $\pi(A), A\in E$

$$\pi(dx)q(x)=q\rho(dx), q=1/m, m=\int_E \rho(dx)m(x), \rho(B)=\int_E \rho(dx)P(x,B), \rho(E)=1.$$

L4. Умови на початкові значення:

$$\sup_{\varepsilon>0} E\left|\xi_0^\varepsilon\right|\le C<\infty$$

$$\left|\xi_0^\varepsilon\right|\to\xi_0,\ g_2(\varepsilon)\to 0,\varepsilon\to 0.$$

L5. Рівномірна квадратична інтегровність:

$$\lim_{c\to\infty}\sup_{x\in E}\int_{v>c} vv^*\Gamma(u,dv;x)=0.$$

L6. Умова зростання:

Існує додатня константа L, така що

$$|b(u;x)|\le L(1+|u|),\ \ |c(u;x)|\le L(1+|u|^2)$$

Тоді для всіх дійснозначних невід'ємних функцій $f(v),\ v\in R,$ таких що,

$$\int_{R^d\setminus\{0\}}(1+f(v))|v|^2 dv<\infty$$

$$|\Lambda(u,v,x)|\le Lf(v)(1+|u|),$$

де $\Lambda(u,v,x)$ - похідна Радона-Нікодима ядра $\Gamma(u.,B;x)$ по відношенню до міри Лебега dv в R, тобто

$$\Gamma(u,dv;x)=\Lambda(u,v;x)dv.$$

L7. Для довільного $r>0$ існує константа l_r, така що,

$$\left|\hat{b}(u)-\hat{b}(u')\right|+\left|\sigma^2(u)-\sigma^2(u')\right|+\left|\hat{\Gamma}(u,v)-\hat{\Gamma}(u',v)\right|\le l_r|u-u'|,$$

якщо $|u|\le r,\ |v|\le r.$

Теорема 6. За умов **L1-L6** має місце слабка збіжність

$$\tilde{\xi}^{\varepsilon}(t) \Rightarrow \tilde{\xi}^{0}(t), \;\; g_2(\varepsilon) \to 0, \;\; \varepsilon \to 0.$$

Граничний процес $\tilde{\xi}^{0}(t)$ є процесом Леві і за умови **L7** визначається генератором

$$\hat{L}\varphi(u) = (\hat{b}(u) - \hat{b}_0(u) + \hat{b}_1(u))\varphi'(u) + \frac{1}{2}\sigma^2(u)\varphi''(u) + \lambda(u)\int_R (\varphi(u+v) - \varphi(u))\Gamma^0(u,dv),$$

$$\text{де } \hat{b}_1(u,x) = q(x)\int_E P(x,dy)b_1(u;y), \; \Gamma(u,dv) = q\int_E \rho(dx)\Gamma(u,x;dv),$$

$$\sigma^2(u) = 2q\int_E \rho(dx)(\hat{b}_1(u;x)R_0\hat{b}_1^*(u;x) + \frac{1}{2}(c(u;x) - c_0(u;x))), \;\; \sigma^2(u) > 0,$$

$$\lambda(u) = q\Gamma(u,R), \;\; \Gamma^0(u;dv) = \frac{\Gamma(u;dv)}{\Gamma(u;R)}.$$

Автор дисертаційної роботи висловлює щиру подяку науковому керівнику, доктору фізико-математичних наук, професору Ярославу Івановичу Єлейку, за постановку задачі, увагу, підтримку та допомогу в роботі.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена дослідженню генераторів марковських процесів та марковських випадкових еволюцій при нелінійному нормуванні. Дані процеси розглядаються в схемах пуассонової апроксимації та апроксимації Леві.

Для генераторів марковських випадкових процесів знайдено асимптотичне зображення генераторів в схемах нелінійних апроксимацій. Крім цього, доведено існування граничного оператора та знайдено асимптотичне зображення генераторів в багатовимірному просторі.

Також розглянуто проблему великих відхилень. Знайдено розв’язок через нелінійний експоненційний генератор схемах нелінійних апроксимацій та отримано необхідні та достатні умови існування граничних генераторів в схемах нелінійних апроксимацій.

Досліджено марковські випадкові еволюції. Генератори даних еволюцій нормуються нелінійними функціями. В схемі апроксимації Леві знайдено асимптотичне зображення генераторів марковських випадкових еволюцій.

Крім цього, марковські еволюції розглядаються в проблемі великих відхилень. Знайдено граничний генератор, що визначає розв’язок проблеми великих відхилень для генератора марковських еволюцій в схемі апроксимації Леві. Також, розглядаються імпульсні рекурентні процеси в схемі нелінійної апроксимації Леві.

У дисертації отримано наступні нові наукові результати:

- отримано необхідні та достатні умови існування граничних генераторів в схемах нелінійних апроксимацій;

- знайдено нелінійні нормуючі функції в представленні генераторів марковських процесів в схемі пуассонової апроксимації та апроксимації Леві;
- показано існування нелінійних нормуючих функцій;
- знайдено розв'язок проблеми великих відхилень в умовах нелінійних апроксимацій та показано зв'язок між нелінійними нормуючими функціями;
- знайдено нелінійні нормуючі функції для марковських випадкових еволюцій;
- досліджено імпульсні рекурентні процеси з нелінійним нормуванням в схемі апроксимації Леві.

Отримані в дисертаційній роботі результати мають теоретичне значення для вивчення теорії випадкових процесів. Проте, дані результати можуть бути використані у застосуваннях до теорії масового обслуговування, теорії надійності, фінансової математики та природничих наук.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Ярова О.А. Про поведінку нормуючого множника генератора в апроксимації випадкових процесів / Ярова О.А, Єлейко Я.І. // Кибернетика и системный анализ. – 2016. – Том 52, №2. – С. 147-153. (Постановка задачі належить Єлейку Я.І., робота виконана самостійно), Англомовна версія статті належить до міжнародної наукометричної бази SCOPUS.
2. Yarova O. About selection a small normalization parameter for generator of random process / Yarova O. // Вісник ЛНУ. Серія мех.-мат. – 2016. – №81. – С. 159-162
3. Yarova O.A. The Problem of Large Deviations for Markov Evolutions in the Scheme of Poisson and Levi Approximation / Yarova O.A., Yeleyko Ya.I. // Columbia International Publishing. Contemporary Mathematics and Statistics. – 2017. – Vol. 4, No 1. P. 28-40. (Постановка задачі належить Єлейку Я.І., робота виконана самостійно).
4. Ярова О.А. Нелінійне нормування генераторів марковських процесів у просторі R^d / Ярова О.А. // Вісник ЛНУ. Серія мех.-мат. – 2018. – №83. – С. 202-207
5. Ярова О.А. Нелінійне нормування випадкової еволюції в схемі апроксимації Леві / Ярова О.А. // Кібернетика та системний аналіз. 2018. Том 54, №3. С. 160-165. Англомовна версія статті належить до міжнародної наукометричної бази SCOPUS.
6. Yarova O.A. Nonlinear Approximation in the Large Deviations Principle / Yarova O.A., Yeleyko Ya.I. // Statistics, Opt. Inform. Comput. – Vol. 6, December 2018, pp. 600-608. (Постановка задачі належить Єлейку Я.І.,

робота виконана самостійно). Журнал належить до міжнародної наукометричної бази SCOPUS.

7. Yarova O. Behaviour of generator normalization factor in approximation of random processes / Yarova O., Yeleyko Ya. // International Conference “Probability, Reliability and Stochastic Optimization”, Kyiv, Ukraine, April 7-10, 2015, Taras Shevchenko National University of Kyiv.
8. Yarova O. Nonlinear normalization of generator of Markov processes / Yarova O. // XXVIII International Conference “Problems of decision and making under uncertainties” (PDMU-2016), August 25-30, 2016, Brno, Czech Republic.
9. Ярова О.А. Нелінійна апроксимація в проблемі великих відхилень / О.А. Ярова, Я.І. Єлейко // XXIX International Conference “Problems of decision and making under uncertainties” (PDMU-2017), May 10-13, 2017, Mukachevo, Ukraine.
10. Yarova O. Nonlinear approximation for Markov Evolutions / Yarova O., Yeleyko Ya. // XXX International Conference “Problems of decision and making under uncertainties” (PDMU-2017), August 14-19, 2017, Vilnius, Lithuania.
11. Yarova O. The problem of large deviations for Markov evolutions in the scheme of nonlinear approximation / Yarova O. // International Conference Modern Stochastics: Theory and applications. IV, Kyiv, Ukraine, May 24-26, 2018, Taras Shevchenko National University of Kyiv.
12. Yarova O. Nonlinear normalization for impulse recurrent process in the scheme of Levi approximation / Yarova O. // XXXI International Conference “Problems of decision and making under uncertainties” (PDMU-2018), July 3-8, 2018, Lankaran-Baku, Republic of Azerbaijan.

АНОТАЦІЯ

Ярова О.А. Асимптотичний аналіз та перехідні явища в марковських випадкових еволюціях. На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.05 - теорія ймовірностей і математична статистика. Національний технічний університет «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», МОН України, Київ, 2019.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню властивостей однорідних марковських процесів та випадкових еволюцій в масштабі часу $\frac{t}{g(\varepsilon)}$, де $g(\varepsilon) \to 0,$ при $\varepsilon \to 0.$ Першим об'єктом дослідження являються стрибкоподібні процеси з незалежними приростами в схемах двох нелінійних апроксимацій.

У дисертаційній роботі розглядаються генератори марковських процесів та марковські випадкові еволюції в схемах пуассонової апроксимації та апроксимації Леві з нелінійним нормуванням, досліджуються

розв'язки проблеми великих відхилень в схемах нелінійних апроксимацій та визначається зв'язок між нелінійними функціями нормування.

В дисертації отримано необхідні та достатні умови існування граничних генераторів в схемах нелінійних апроксимацій, знайдено нелінійні нормуючі функції в представленні генераторів марковських процесів в схемі пуассонової апроксимації та апроксимації Леві, показано існування нелінійних нормуючих функцій, знайдено розв'язок проблеми великих відхилень в умовах нелінійних апроксимацій та показано зв'язок між нелінійними нормуючими функціями, знайдено нелінійні нормуючі функції для марковських випадкових еволюцій та досліджено імпульсні рекурентні процеси з нелінійним нормуванням в схемі апроксимації Леві.

Ключові слова: генератор марковського процесу, нелінійне нормування, апроксимація Пуассона, апроксимація Леві, проблема великих відхилень, випадкові еволюції.

ABSTRACT

Yarova O.A. Asymptotic analysis and transitional phenomena in Markov random evolutions. Manuscript.

The thesis for obtaining the Candidate of Physical and Mathematical Sciences degree on the speciality 01.01.05 – the theory of probability and mathematical statistics. National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», MES of Ukraine, Kyiv, 2019.

The dissertation is devoted to the study of the properties of homogeneous Markov processes and random evolutions in a time scale $\frac{t}{g(\varepsilon)}$, where $g(\varepsilon) \to 0$, when $\varepsilon \to 0$. The first object of the study is the jump-like processes with independent increments in the schemes of two nonlinear approximations.

In the dissertation work generators of Markov processes and Markov random evolution in schemes of Poisson approximation and approximation of Levy with nonlinear normalization are considered, solutions of the large deviations principle in schemes of nonlinear approximations are studied and conditions between nonlinear normalization functions is determined.

The purpose of the dissertation is to find nonlinear normalizing functions for generators of Markov processes and Markov random evolutions. The conditions of the nonlinear Poisson approximation and approximation of Levy are determined and the asymptotic representation of generators of Markov processes is investigated. In the large deviations principle two nonlinear normalizing functions, which normalize the time and intensity of jumps, are investigated.

The first section contains a review of the literature on the topic of the dissertation.

The second section deals with Markov processes with independent increments and their generators. Processes are normalized by nonlinear functions. Generators of Markov processes are considered in the scheme of Poisson approximation and approximation of Levy.

In the scheme of the Poisson approximation processes are considered on a time scale $\frac{t}{g_1(\varepsilon)}$, while in such processes there is no diffusion component. On the processes under study, there are four conditions that describe the scheme of nonlinear approximation of Poisson. In particular, the first condition determines the first and second moments, the second describes the nucleus of intensity, the third makes the absence of the diffusion component convincing, and the fourth determines uniform quadratic integrability.

In the scheme of nonlinear approximation of Levy processes are considered in time scale $\frac{t}{g_2(\varepsilon)}$, moreover $g_2(\varepsilon) = o(g_1(\varepsilon))$. It is worth noting that $g_1(\varepsilon) \to 0$, $g_2(\varepsilon) \to 0$, when $\varepsilon \to 0$.

The third section deals with the large deviations principle. The solution is through a nonlinear exponential generator, which corresponds to the Nisio semigroup.

Generators of Markov processes in the large deviations principle are considered in the scheme of Poisson approximation and approximation of Levy. In the Poisson approximation scheme, there are three normalizing functions. One of the nonlinear functions normalizes time, the second - the intensity of jumps, and the third value of jumps. Such functions determine both the process with independent increments and the exponential generator in the problem of large deviations in the case of Poisson's nonlinear approximation. Between all nonlinear functions a connection is defined. For the large deviations principle in the Poisson nonlinear approximation scheme we have proved a theorem in which the form of the boundary exponential generator is determined in the conditions of Poisson approximation and the boundary condition between non-linear functions of normalization. Also, the problem of large deviations is considered in the scheme of approximation of Levy.

In the fourth section we consider Markov random evolution. Generators of evolution data are normalized by nonlinear functions. In the approximation scheme of Levy, we find an asymptotic representation of generators of Markov random evolutions.

In addition, Markov evolutions are considered in the large deviations principle. A boundary generator is found which determines the solution of the problem of large deviations for the Markov evolution generator in the Levy approximation scheme.

A nonlinear semi-group Nisio and a nonlinear exponential generator are found to find the solution. Also, the weak convergence of random evolution to the boundary evolution of this process is proved. The conditions for the Poisson approximation and approximation of Levy for the random evolution in the normalization by nonlinear functions are determined.

In addition, impulse recurrence processes in the non-linear approximation scheme of Levy are considered. A theorem has been proved for such processes, which is based on the semimartingal representation of the process.

Keywords: generator of the Markov process, nonlinear normalization, Poisson approximation, approximation of Levy, the large deviations principle, random evolution.

АННОТАЦИЯ

Яровая О.А. Асимптотический анализ и переходные явления в марковских случайных эволюции. На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика. Национальный технический университет «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», МОН Украины, Киев, 2019.

Диссертационная работа посвящена исследованию свойств однородных марковских процессов и случайных эволюции в масштабе времени $\frac{t}{g(\varepsilon)}$, где $g(\varepsilon) \to 0,$ когда $\varepsilon \to 0.$ Первым объектом исследования являются скачкообразные процессы с независимыми приращениями в схемах двух нелинейных аппроксимаций.

В диссертационной работе рассматриваются генераторы марковских процессов и марковские случайные эволюции в схемах пуассоновои аппроксимации и аппроксимации Леви с нелинейным нормированием, исследуются решения проблемы больших отклонений в схемах нелинейных аппроксимаций и определяется связь между нелинейными функциями нормирования.

В работе получены необходимые и достаточные условия существования предельных генераторов в схемах нелинейных аппроксимаций, найдено нелинейные нормирующие функции в представлении генераторов марковских процессов в схеме пуассоновой аппроксимации и аппроксимации Леви, показано существование нелинейных нормирующих функций, найдено решение проблемы больших отклонений в условиях нелинейных аппроксимаций и показана связь между нелинейными нормирующими функциями, найдено нелинейные нормирующие функции для марковских случайных эволюции, исследованы импульсные рекуррентные процессы с нелинейным нормированием в схеме аппроксимации Леви.

Ключевые слова: генератор марковского процесса, нелинейное нормирование, аппроксимация Пуассона, аппроксимация Леви, проблема больших отклонений, случайные эволюции.

Підписано до друку 23.08.19
Формат 60х84/16. Папір офсетний.
Друк на різографі. Зам. №23/08-1
Ум. друк. арк. 0,9
Наклад 100 прим.

Видавництво “Галич-Прес”
Видавець ФОП Король І.В.
м. Львів, вул. Гнатюка, 17
Ел. пошта: lvivprint@ukr.net. Тел. 096-59-88-924
Свідоцтво ДК №5353 від 24.05.2017 р.